Знания-Онтологии-Теории (ЗОНТ-09)

КОМПОНЕНТЫ И ОПЕРАЦИИ АБСТРАКТНЫХ ПРОСТРАНСТВ ЗНАНИЙ

Костенко К.И.

Кубанский государственный университет ул. Ставропольская, 149, г. Краснодар, 350040, Россия

kostenko@kubsu.ru

Аннотация. *Пространства знаний являются объектом фундаментального и прикладного исследования, связанного с разработкой и обоснованием технологий приобретения, извлечения и использования интеллектуальных информационных ресурсов в абстрактных и прикладных областях. В работе приведено определение универсальных компонентов таких пространств, в составе абстрактной математической модели, реализованной на основе алгебраического и алгоритмического подходов.*

Ключевые слова: пространство знаний, алгебраическая модель, представление знаний, сравнение знаний, преобразование знаний

1 Введение

Пространства знаний это искусственные системы, создаваемые с целью представления целостных семейств знаний и технологий работы с ними. Изучение таких систем связано концептуальным, математическим и прикладным интересом. Их теоретической основой является абстрактная математическая модель, позволяющая исследовать фундаментальные свойства формализованных знаний и операций над ними, используя алгебраические, логические, топологические и алгоритмические понятия и методы. Сами пространства знаний оказываются как областью приложения различных разделов математики, так и моделями интеллектуальных систем, реализуемых специальными средствами.

Абстрактное пространство знаний это формальная система, позволяющая изучать свойства знаний точными методами. Его составляют взаимосвязанные множества пяти типов: семантических зависимостей, конфигураций (структурных представлений отдельных знаний), эволюций знаний, типовых структур знаний и их эволюций [1, 2].

Цифровое пространство знаний это информационная среда, содержащая в структурированном и связном виде знания предметной области, обеспечивающая автоматизацию процессов их приобретения и использования.

Многообразия формализованных знаний составляют бесконечные вычислимые множества элементарных и сложных знаний. Элементарные знания являются неделимыми и сравнимыми. Извлечение знаний из интеллектуальных ресурсов и определение их свойств выполняется с участием предметных экспертов. Сложные знания составляются из элементарных с использованием отношений между знаниями.

2 Абстрактное пространство знаний

2.1. Семантическое пространство

Пусть **M** - бесконечное вычислимое множество, элементы которого называются конфигурациями, содержащее пустую конфигурацию Λ.

Определение. Семантическим пространством называется тройка $\mathfrak{R}$ = (**R**, **O**, **C**), в которой **R** – вычислимое множество разрешимых бинарных отношений на **M** (семантических зависимостей), **O** – множество вычислимых операций на **R**, включающее объединение, пересечение, обращение, произведение и композицию, а **C** - множество логических операций на **R**,

содержащее разрешимое сравнение ρ_1 - вложения отношений из **R**.
Множества $\top = \mathbf{M} \times \mathbf{M}$ и $E = \varnothing$ являются элементами **R**. E связывает любые конфигурации, представляя отсутствие зависимости между ними. Композиция - это биективное отображение $c: \mathbf{R}^* \to \mathbf{R}$, порождающее иерархические представления элементов **R**, в которых потомкам вершин, сопоставленных $r \in \mathbf{R}$, соответствуют элементы наборов $\boldsymbol{c}^{-1}(r)$. Всякая вершина v в структурах элементов **R** задаётся последовательностью чисел, определяющей путь из корня в v.

2.2. Пространство конфигураций

Определение. Разложением (разложением конфигураций) называется всюду определенное вычислимое отображение $\varepsilon: \mathbf{M} \to \mathbf{M} \times \mathbf{M}$, для которого:

$$\varepsilon(\Lambda) = (\Lambda, \Lambda); \qquad (2.1)$$

$$\forall z_1, z_2 \in \mathbf{M}\ \exists z \in \mathbf{M}\ (\varepsilon(z) = (z_1, z_2)). \qquad (2.2)$$

Конфигурация z называется элементарной в разложении ε если $\varepsilon(\Lambda) = (\Lambda, \Lambda)$. Обозначим как $\mathbf{M}_0^{\varepsilon}$ ($\mathbf{M}_1^{\varepsilon}$) - множество элементарных (неэлементарных) конфигураций в разложении ε. Будем рассматривать разложения ε с бесконечными множествами $\mathbf{M}_0^{\varepsilon}$, на которых определены вычислимые отношения порядка ρ_0 с минимальным элементом Λ.
Пусть $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$. Глубиной ε называется отображение $\mathrm{d}_\varepsilon: \mathbf{M} \to \mathbf{N}$, задаваемое как:

$$\mathrm{d}_\varepsilon(z) = 0 \leftrightarrow z = \Lambda; \qquad (2.3)$$

$$\mathrm{d}_\varepsilon(z) = \max(\mathrm{d}_\varepsilon(z_1), \mathrm{d}_\varepsilon(z_2)) + 1, \text{ если } \varepsilon(z) = (z_1, z_2) \text{ и } z \neq \Lambda. \qquad (2.4)$$

Разложение ε называется конечным, если отображение d_ε - всюду определённое
Определение. Разложения ε_1 и ε_2 называются изоморфными (рекурсивно изоморфными), если существует биекция (вычислимая биекция) $h: \mathbf{M} \to \mathbf{M}$, для которой

$$\forall z \in \mathbf{M}\ (\varepsilon_1(z) = (z_1, z_2) \leftrightarrow \varepsilon_2(h(z)) = (h(z_1), h(z_2))). \qquad (2.5)$$

Существуют изоморфные, но не рекурсивно изоморфные разложения. Конечные разложения с равномощными множествами элементарных конфигураций и равномощными множествами конфигураций, имеющих одинаковые разложения, являются рекурсивно изоморфными.
Если $z_1, z_2 \in \mathbf{M}$, то пусть $\eta^{\varepsilon}_{z_1, z_2}$ - однозначная вычислимая нумерация множества $\mathbf{M}_\varepsilon(z_1, z_2) = \{ z \mid \varepsilon(z) = (z_1, z_2)\}$. Рассмотрим случай, когда эти множества бесконечные.
Определение. Вычислимое отображение $\psi: \mathbf{M}_1^{\varepsilon} \to \mathbf{R}$ называется семантическим связыванием для разложения ε, если:

$$\forall z_1, z_2 \in \mathbf{M}\ \exists z \in \mathbf{M}(z_1 \neq \Lambda \vee z_2 \neq \Lambda \to \varepsilon(z) = (z_1, z_2)\ \&\ \psi(z) = E); \qquad (2.6)$$

$$\forall z \in \mathbf{M}_1^{\varepsilon}\ (\psi(z) \neq E \to \varepsilon(z) \in \psi(z)); \qquad (2.7)$$

Если $z_1 \neq \Lambda \vee z_2 \neq \Lambda$, то $\eta^{\varepsilon}_{z_1, z_2}$ - однозначная вычислимая нумерация для множества

$$\{ r \mid \exists z \in \mathbf{M}_\varepsilon(z_1, z_2)\ (r = \psi(z))\}. \qquad (2.8)$$

Определение. Пространство конфигураций - это пара $\boldsymbol{\mathsf{M}} = (\mathbf{M}, \mathbf{d})$, где **M** – бесконечное разрешимое множество конфигураций, содержащее Λ, а $\mathbf{d} = (\varepsilon, \psi)$ – *декомпозиция* элементов **M**, где $\varepsilon: \mathbf{M} \to \mathbf{M} \times \mathbf{M}$ **-** разложение, а $\psi: \mathbf{M} \to \mathbf{R}$ - семантическое связывание для ε.

2.2.1. Структурные представления конфигураций

Декомпозиция конфигураций $\mathbf{d} = (\varepsilon, \psi)$ со всюду определенной функцией глубины разложения d_ε порождает полные структурные представления (ПСП) элементов **M** в виде конечных нагруженных бинарных деревьев. Корню ПСП $z \in \mathbf{M}_1^{\varepsilon}$, сопоставляется $\psi(z) \in \mathbf{R}$, а его левое и правое поддеревья образуют представления первой и второй конфигураций в $\varepsilon(z)$. Листьям ПСП конфигурации z соответствуют элементы $\mathbf{M}_0^{\varepsilon}$.

Вершины ПСП именуются двоичными словами, так что пустому слову λ соответствует корень и, если слову α сопоставлена вершина v, то словам $\alpha 0$ и $\alpha 1$ соответствуют левый и правый потомки v. Обозначим как $\mathbf{D}(z)$ ($\mathbf{O}(z)$) множество вершин (листьев) ПСП $z \in \mathbf{M}$. Если $z \in \mathbf{M}$, и $\alpha \in \mathbf{D}(z)$, то $(z)^{\varepsilon}_{\alpha}$ - обозначает подконфигурацию конфигурации z, определяемую поддеревом ПСП z с корнем α. Разметку $\alpha \in \mathbf{D}(z)$ обозначим как $[z]^{\varepsilon}_{\alpha}$.

Определим отображение $\eta^{\varepsilon}: \mathbf{M} \to \mathbf{N}$, сопоставляющее $z \in \mathbf{M}$ её номер в $\eta^{\varepsilon}_{\varepsilon(z)}$. Представим z нагруженным бинарным деревом с вершинами из $\mathbf{D}(z)$, называемым полным арифметическим представлением (ПАП) z. Вершине $\alpha \in \mathbf{D}(z) \setminus \mathbf{O}(z)$ ($\mathbf{O}(z)$) такого дерева сопоставляется значение $\eta^{\varepsilon}((z)^{\varepsilon}_{\alpha})$ ($\eta^{\varepsilon}_{\Lambda,\Lambda}$ номер для $(z)^{\varepsilon}_{\alpha}$). Разметку вершины $\alpha \in \mathbf{D}(z)$ ПАП конфигурации z обозначим как $[z]^{\alpha}_{\varepsilon}$. Имя разложения будем опускать в обозначениях, когда оно фиксировано.

2.2.2. Канонические конфигурации

Если $z \in \mathbf{M}^{\varepsilon}_{1}$ и $\psi(z) = r$, то структурное представление r можно использовать для представления семейств зависимостей, между произвольными парами подконфигураций конфигурации z . Такое представление реализуется с помощью вычислимого инъективного и префиксного отображения ζ - пар двоичных последовательностей, задающих пары вершин ПСП конфигураций, во множество последовательностей натуральных чисел, сопоставляемых вершинам структурных представлений элементов $\mathbf{R}$.

Если между парой подконфигураций конфигурации z выполняется семейство отношений из $\mathbf{R}$, то представить его можно с помощью $r \in \mathbf{R}$, в структуре которого вершинам, соответствующим парам семейства, сопоставлены семантические зависимости между подконфигурациями и доопределены значения, сопоставленные остальным вершинам. Тогда отношение для $(z)_{\alpha}$ и $(z)_{\beta}$, $\alpha, \beta \in \mathbf{D}(z)$, в $z \in \mathbf{M}$ (обозначается как $[z]_{\alpha, \beta}$) вычисляется по значениям отношений между $(z)_{\alpha}$ и $(z)_{\beta}$, в разметках вершин ПСП z общей части путей из λ в α и β.

Конфигурация z называется канонической, если для любых α, $\beta \in \mathbf{D}(z)$ значение $[z]_{\alpha, \beta}$ определяется только значением $[z]_{\alpha \cap \beta}$. Конфигурации z_1 и z_2 изоморфные, если $\mathbf{D}(z_1) = \mathbf{D}(z_2)$ и $\forall \alpha, \beta \in \mathbf{D}(z_1)$ ($[z_1]_{\alpha, \beta} = [z_2]_{\alpha, \beta}$).

Для каждой конфигурации $z \in \mathbf{M}$ существует изоморфная ей каноническая конфигурация.

2.2.3. Операция инвертирования

Инвертирование ПСП $z \in \mathbf{M}$ в вершине $\alpha \in \mathbf{D}(z) \setminus \mathbf{O}(z)$ преобразует z в объект z', структурное представление которого получается из ПСП z изменением порядка следования непосредственных потомков вершины α и переопределением разметок внутренних вершин в $\mathbf{D}(z)$, соответствующим изменению положения подконфигураций в z. Объект z' называется инверсией конфигурации z, если он получается из z с помощью конечного числа применений инвертирования. Множество инверсий $z \in \mathbf{M}$ обозначим как $\Delta(z)$.

Если $z' \in \Delta(z)$, то пусть $r(z, z') \subseteq \mathbf{M} \times \mathbf{M}$ - отношение, сопоставленное корню представления z' после для последовательности инвертирований, преобразующих z в z'.

Для того чтобы инвертирование было замкнуто на $\mathbf{M}$(т.е. $\forall z \in \mathbf{M}$ ($\Delta(z) \subseteq \mathbf{M}$)), достаточно, чтобы на $\mathbf{R}$ было выполнено условие консервативности

$$\forall z \in \mathbf{M}\ \forall z' \in \Delta(z)\ (\varepsilon(z') = (z_1, z_2) \to z_1\, r(z, z')\, z_2). \qquad (2.9)$$

Конфигурация $z \in \mathbf{M}$ называется простой, если отношение, сопоставленное произвольной внутренней вершинам α ПСП z, задают зависимость только между $(z)_{\alpha 0}$ и $(z)_{\alpha 1}$.

Будем рассматривать только пространства простых конфигураций с выполненным условием консервативности.

2.2.4. Вложения и трассирования конфигураций

Сравнения абстрактных знаний основаны на трассированиях, представляемых изотонными отображениями их структур, со сравнимыми в ρ_0 и ρ_1 разметками соответствующих вершин .

Пусть $\mathbf{I}$ – множество конечных двоичных последовательностей, содержащее пустую последовательность λ, и $z_1, z_2 \in \mathbf{M}$.

Определение Изотонное отображение ξ: $\mathbf{I} \to \mathbf{I}$ называется трассированием z_1 в z_2, если

$$(\xi(\mathbf{D}(z_1)) \subseteq \mathbf{D}(z_2))\ \&\ \forall \alpha \in \mathbf{D}(z_1)\ (\alpha \in \mathbf{D}(z_1) \setminus \mathbf{O}(z_1) \leftrightarrow \xi(\alpha) \in \mathbf{D}(z_2) \setminus \mathbf{O}(z_2)); \qquad (2.10)$$

$$\forall \alpha, \alpha\sigma \in \mathbf{D}(z_1), \sigma \in \{0, 1\}\ \exists \beta, \gamma \in \mathbf{I}\ ((\xi(\alpha) \subset \xi(\alpha\sigma)) \to \xi(\alpha\sigma) = \xi(\alpha)\beta\sigma\gamma). \qquad (2.11)$$

Специальными классами трассирований являются o – трассирования ($\beta = \lambda$), p – трассирования (ξ - инъективное на $\mathbf{D}(z_1)$), и c – трассирования ($\beta = \gamma = \lambda$) [1].

Конфигурация z_1 I - трассируется ($I \in \{o, p, c\}$) в z_2 (обозначается как $z_1 \leq_I z_2$), если существует такое I -трассирование ξ конфигурации z_1 в z_2, что:

$$\forall \alpha \in \mathbf{O}(z_1)\ ((z_1)_{\alpha}\, \rho_0\, (z_2)_{\xi(\alpha)}); \qquad (2.12)$$

$$\forall \alpha \in \mathbf{D}(z_1) \setminus \mathbf{O}(z_1)\ ([z_1]_{\alpha}\, \rho_1\, [z_2]_{\xi(\alpha)}). \qquad (2.13)$$

Если $z_1, z_2 \in \mathbf{M}$ и $\exists z_1 \in \Delta(z_1), z_2 \in \Delta(z_2\ (z_1 \leq_I z_2)$, то z_1 I - вложена, $I \in \{o, p, c\}$, в z_2.

Отношения $\subseteq_o$, $\subseteq_p$ и $\subseteq_c$ рефлексивные и могут быть не антисимметричными**.** Отношения $\subseteq_p$ и $\subseteq_c$ – транзитивные, а $\subseteq_o$ – может быть не транзитивным.

2.3. Эволюции конфигураций

Эволюция конфигураций – это общий формализм операций над знаниями с неограниченным, в общем случае, временем выполнения [2].

Обозначим как $\mathfrak{I}$ - множество вычислимых отображений вида $f : \mathbf{M} \to \mathbf{N} \cup \{\varnothing\}$. Пару (T, S) - всюду определенных функций из $\mathfrak{I}$ назовём элементарным оператором, а T и S - операторами перехода и остановки, если $\{ S(z) | z \in \mathbf{M}\} \subseteq \{0, 1, \varnothing\}$. Пусть $\alpha \in \mathbf{I}$ и $\mathbf{I}_\alpha = \{ \beta | \beta = \alpha\gamma\}$.
Семейство операторов перехода (остановки) $\{T_\alpha | \alpha \in \mathbf{I}_0\}$ ($\{S_\alpha | \alpha \in \mathbf{I}_0\}$) согласованное, если

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbf{I}_0\ \forall z \in \mathbf{M}\ (T_\alpha(z) = \varnothing\ \&\ \beta = \alpha\rho \to T_\beta(z) = \varnothing) \tag{2.14}$$

$$(\forall \alpha \in \mathbf{I}_0\ \forall z \in \mathbf{M}\ \forall \sigma \in \{0, 1\}\ (((z)_{\alpha 0} = \Lambda\ \&\ (z)_{\alpha 1} = \Lambda) \leftrightarrow S_{\alpha\sigma}(z) = \varnothing)). \tag{2.15}$$

Рекурсивно перечислимое (р.п.) семейство элементарных операторов $\mathrm{F} = \{(T_\alpha, S_\alpha) | \alpha \in \mathbf{I}_0\}$, образует базис, если множества $\{T_\alpha | \alpha \in \mathbf{I}_0\}$ и $\{S_\alpha | \alpha \in \mathbf{I}_0\}$ - согласованные.
Базис F порождает последовательности ПАП элементов $\mathbf{M}$ (эволюции), размещаемых в области $\mathbf{I}_0$, определяя операторами перехода изменение разметок вершин их ПАП за один шаг.
Начальными данными эволюций конфигураций являются р.п. последовательности $\omega = \{(z_i, t_i) | (z_i, t_i) \in \mathbf{M} \times \mathbf{N}, t_i < t_{i+1}, i = 0, 1, \ldots\}$, где ПАП конфигураций z_i в моменты t_i заменяют содержимое $\mathbf{I}_1$.
Значением эволюции $\boldsymbol{W}_{\mathrm{F}}(\omega) = \{ z_i \mid i = 0, 1, \ldots\}$ в $\alpha \in \mathbf{I}_0$ называется последовательность $\boldsymbol{F}_\alpha(z) = \{((z_i)_\alpha, i) | S_\alpha(z_i) = 0\}$.
Определение. Последовательность $\omega = \{(z_i, t_i) | (z_i, t_i) \in \mathbf{M} \times \mathbf{N}\ \&\ \&\ i = 0, 1, \ldots\}$, образует эволюцию конфигураций, если $\omega = \boldsymbol{F}_\alpha(\omega')$, где $\mathbf{F}$ – базис, $\alpha \in \mathbf{I}_0$, а последовательность $\omega' = \{(z'_i, t'_i) | (z'_i, t'_i) \in \mathbf{M} \times \mathbf{N}\ \&\ \forall \mathbf{I} \in \mathbf{N}\ (t'_i < t'_{i+1})\}$ – вычислимая.
Множество всех эволюций конфигураций $\boldsymbol{\Omega}$ рекурсивно перечислимое.
Если $\omega = \{(z_i, t_i) | (z_i, t_i) \in \mathbf{M} \times \mathbf{N}\ \&\ i \in \mathbf{N}\}$ – эволюция конфигураций, то $\mathbf{L}(\omega)$ $(\omega|\tau)$ обозначает последовательность первых компонентов пар из ω (пар из ω, для которых $t_i \le \tau$).
Определение. Вычислимое отображение $\mu : \boldsymbol{\Omega} \to \boldsymbol{\Omega}$ называется морфизмом эволюций конфигураций, если $\forall \omega', \omega'' \in \boldsymbol{\Omega}\ \forall t \in \mathbf{N}\ (\omega'|t = \omega'' \to \exists \tau \in \mathbf{N}\ (\mathbf{L}(\mu(\omega'')) = \mathbf{L}(\mu(\omega'|\tau)))$. (2.16)
Если $\mathrm{F} = \{(T_\alpha, S_\alpha) | \alpha \in \mathbf{I}_0\}$ – базис, то $\bigcup_{\omega \in \Omega} \mathbf{F}(\omega)$ - пространство эволюций конфигураций в F.

Пусть $\boldsymbol{\Theta}$ **- м**ножество морфизмов эволюций конфигураций, а $\boldsymbol{\Upsilon}$ **- м**ножество всюду определённых вычислимых отображений $\xi : \mathbf{I}_0 \to \mathbf{I}_0$.
Пространство эволюций конфигураций с базисом $\mathrm{F}^{\mathrm{U}} = \{(T^{\mathrm{U}}_\alpha, S^{\mathrm{U}}_\alpha) | \alpha \in \mathbf{I}_0\}$ универсальное, если

$$\forall \mathbf{F} = \{(\boldsymbol{T}_\alpha, \boldsymbol{S}_\alpha) | \alpha \in \mathbf{I}_0\} \exists \mu_{\mathrm{F}} \in \boldsymbol{\Theta}\ \exists \xi \in \boldsymbol{\Upsilon}\ \forall \omega \in \boldsymbol{\Omega}\ \forall \alpha \in \mathbf{I}_0 (L(\mathbf{F}_\alpha(\omega)) = L(\mathbf{F}^{\mathrm{U}}_{\xi(\alpha)}(\mu_{\mathbf{F}}(\omega)))). \tag{2.17}$$

2.4. Типовые структуры конфигураций и эволюций конфигураций

Пространство типовых структур - это формальная система $\boldsymbol{\Sigma} = (\mathbf{Y}, \mathbf{O})$, где $\mathbf{Y}$ - множество структур, а $\mathbf{O}$ - система вычислимых операций их построения. Такие структуры знаний (эволюций знаний) получаются типизацией знаний и процессов их обработки, включающей декомпозицию и параметризацию свойств. Теоретический интерес представляют операции, расширяющие существующие стандарты описаний ресурсов и процессов.

2.5. Абстрактное пространство знаний

Обозначим классы пространств семантических зависимостей, конфигураций, эволюций знаний, структур конфигураций и структур эволюций знаний как Δ, C, E, CT и ET. Между элементами этих классов определим отношение агрегирования *agr*, связывающее элементы классов в соответствии с диаграммой $\Delta \to C$, $C \to E$, $\Delta \to CT$, $\Delta \to ET$.
Определение. Абстрактным пространством знаний называется пятёрка $\mathbf{K} = (\Delta, C, E, CT, ET)$ – вычислимых подмножеств множеств Δ, C, E, CT, ET, для которых если $x \in \mathrm{A}$, $\mathrm{A} \in \{\Delta, C, E, CT, ET\}$ и $\mathrm{B} \to \mathrm{A}$, то существует такой $y \in \mathrm{B}$, $\mathrm{B} \in \{\Delta, C, E, CT, ET\}$, что $y\ agr\ x$.

3 Морфизмы и биморфизмы конфигураций

Операции над формализованными знаниями образуют семейство классов вычислимых отображений, моделирующих универсальную систему этапов жизненных циклов знаний. Математический аспект классификации связан с поиском аналогов теоретико-множественных, алгебраических и топологических операций для абстрактных знаний.
Определение. Вычислимое отображение (морфизм) $\mu : \mathbf{M} \to \mathbf{M}$ называется I – морфизмом ($I \in \{o, p, c\}$), если $\forall z_1, z_2 \in \mathbf{M}\ (z_1 \subseteq_I z_2 \to \mu(z_1) \subseteq_I \mu(z_2))$.
Морфизм $\mu : \mathbf{M} \to \mathbf{M}$ называется адаптирующим (обобщающим), если $\forall z \in \mathbf{M}\ (\mu(z) \subseteq_I z)$ $(\forall z \in \mathbf{M}\ (z \subseteq_I \mu(z)))$.
Частный случай обобщающих морфизмов образуют сжатия, для которых $I = c$ и существует c-такое трассирование ξ конфигурации z в $\mu(z)$, что

$$\forall \alpha \in \mathbf{D}(z)\ ([\mu(z)]_\alpha \in \{[z]_\beta | \xi(\beta) = \alpha\} \vee (\alpha \in \mathbf{D}(z) \backslash \mathbf{O}(z) \to [\mu(z)]_\alpha \in \{[z]^{-1}_\beta | \xi(\beta) = \alpha\})) \tag{3.1}$$

3.1. Извлечение конфигураций из конфигураций

Пусть $z \in \mathbf{M}$. Будем рассматривать вычислимые изотонные отображения $\xi : \mathbf{I} \to \mathbf{I}$ для которых $\forall \alpha \in \mathbf{I}\ (\xi(\alpha)\ \mathbf{D}(z))$ и если $\{\alpha_i \mid i \in \mathbf{N}\}$ - бесконечная ветвь в $\mathbf{I}$ и $\alpha_0 = \lambda$, то $\exists\, i(\xi(\alpha_i) \in \mathrm{O}(z))$.

Определим подмножества вершин бесконечного бинарного дерева

$$\mathbf{Q}(\xi, z) = \{\alpha \mid \xi(\alpha) \in \mathbf{D}(z)\ \&(\alpha = \beta\sigma \&\ \xi(\alpha) \in \mathbf{O}(z) \to \xi(\beta) \in \mathbf{D}(z) \setminus \mathbf{O}(z))\}; \quad (3.2)$$

$$\mathbf{R}(\xi, z) = \{\alpha \mid \exists\, \beta \in \mathbf{Q}(\xi, z)\ (\alpha = \xi(\beta))\}. \quad (3.3)$$

В первом случае схема конструирования фрагментов $z \in \mathbf{M}$ использует множество $\mathbf{Q}(\xi, z)$, которое для *o*-, *p*- или *c*- трассирования ξ образует бинарное дерево с вершинами размеченными значениями, вычисляемыми по разметкам элементов $\mathbf{D}(z)$.

Во втором случае изотонное отображение $\xi : \mathbf{I} \to \mathbf{I}$ определяет множество компонентов ПСП z, из которых можно составляется объект, который может оказаться ПСП конфигурации [1].

3.2. Теоретико-множественные операции

Теоретико - множественные операции над конфигурациями (объединения, пересечения и разности) представляются биморфизмами $\mu : \mathbf{M}^2 \to \mathbf{M}$, составляющими свои значения из конфигураций начальных данных с помощью элементов $\mathbf{Q}(\xi, z)$. Объединения, это морфизмы, для которых $\forall\, z \in \mathbf{M}_1^{\varepsilon}\ (z_1 \subseteq_o z\ \&\ z_2 \subseteq_o z \to z_1 \cup z_2 \subseteq_o z)$ и $z_i \subseteq z_1 \cup z_2$, где $i = 1, 2$.

3.3. Расстояния и сходимость множеств конфигураций

Топологические свойства пространств конфигураций связаны понятиями сходимости р.п. множеств конфигураций и расстояния между конфигурациями, определяемого как минимальное число операций преобразования разметок, стягивания и расщепления вершин ПСП конфигураций, при преобразовании одной конфигурации в другую.

Если ω - это непустое р.п. множество конфигураций, то пусть $\mathbf{M}(\omega)$ ($\mathbf{R}(\omega)$) – множество элементарных конфигураций (элементов $\mathbf{R}$), входящих в ПСП элементов ω.

Р.п. множество конфигураций $\omega = \{ z_i \mid i \in \mathbf{N} \}$, сходится к $z \in \mathbf{M}$ если:

$$\forall\, i \in \mathbf{N}\ (z_i \leq_o z); \quad (3.4)$$

$$\forall\, z' \in \mathbf{M}\ (\forall\, i \in \mathbf{N}\ (z_i \leq_o z') \to z \leq_o z'); \quad (3.5)$$

$$\forall\, \alpha \in \mathbf{O}(z)\ (\ [z]_\alpha \in \mathbf{M}(\omega) \cup \{\Lambda\}); \quad (3.6)$$

$$\forall\, \alpha \in \mathbf{D}(z) \setminus \mathbf{O}(z)\ (\ [z]_\alpha \in \mathbf{R}(\omega) \cup \{E\}). \quad (3.7)$$

Если $\omega_1 = \{ z^1_i \mid i \in \mathbf{N}\}$, и $\omega_2 = \{ z^2_i \mid i \in \mathbf{N}\}$, сходящиеся р.п. множества конфигураций, то множество $\omega_3 = \omega_1 \cup \omega_2$ также сходящееся.

Множество конфигураций $\mathbf{M}'' \subseteq \mathbf{M}'$ является верхней гранью $\mathbf{M}'$, если

1. $\forall\, z', z'' \in \mathbf{M}''\ (z' \neq z'' \to z' \overline{\leq}_o z''\ \&\ z' \overline{\leq}_o z'')$; (3.8)
2. $\forall\, z' \in \mathbf{M}'\ \exists\, z'' \in \mathbf{M}''\ (z' \leq_o z'')$. (3.9)

Если р.п. множество $\mathbf{M}' \subseteq \mathbf{M}$ имеет конечную верхнюю грань, то $\mathbf{M}'$ является сходящимся.

4 Заключение

Настоящая работа дополняет подход к формализации знаний, основанный на дескриптивных логиках [3, 4]. В ней уточнены специальные вычислимые множества структурированных объектов, определены и исследованы их общие вычислимые преобразования и сравнения.

5 Благодарности

Автор благодарен Ю.И. Янову за внимание и поддержку.

Литература

[1] Костенко К. И.: Трассирования конфигураций абстрактного пространства знаний // *Экологический вестник научных центров ЧЭС*. 2007, № 2, с.10-15.

[2] Костенко К.И.: Об алгоритмических свойствах пространств эволюций знаний // *Экологический вестник научных центров ЧЭС*. 2007, № 4, с.14 – 20.

[3] F. Baader : Logic: Based Knowledge Representation //*Artificial intelligence today*, LNAI 1600, pp. 13-41, 1999.

[4] J. de Bruijn, R. Lara, A. Polleres, D. Fensel : OWL DL vs. OWL Flight: Conceptual Modeling and Reasoning for the Semantic Web // *Proc. World Wide Web Conference* (IW3C2). 2005, *Chiba, Japan*, p. 623-632.